

以細小玻璃珠示範彩虹現象

林泰生

逢甲大學光電學系

暨物理教學研究中心

台中市西屯區40724文華路100號

†tyson@fcu.edu.tw

彩虹真的是小水珠所造成的？

每當雨過天

青，我們常會驚訝於天上出現彩虹的神妙美麗。讀過彩虹原理後，更會驚奇於天空中水滴對陽光的傑作。您是否曾有過懷疑真的如書上所說的，空中的小水珠真的能造成如此奇妙的景象？



再從海角七號中的彩虹看起

友子在飯店內往外看到的彩虹



小感想：片中的彩虹常代表著希望與好的轉折

海角七號中的彩虹

遣送回國的日籍老師所看到的彩虹



阿嘉與茂伯找友子阿
嬈住所時背景的彩虹



海角七號中的彩虹

友子與中孝介在
飯店外看到的彩
虹



友子目送阿嘉去送信給友
子阿嬤背景的彩虹



海角七號中的彩虹

什麼時候、什麼方向、什麼高度、可看到彩虹？

彩虹的顏色應該是什麼樣子？



對於彩虹的疑問

1. 彩虹為何只見半圓形？何時、何向才能看到彩虹？
 2. 為何只有某特定角度才能看到彩虹？
 3. 彩虹不同顏色的光是否來自相同水珠的作用？
 4. 彩虹為何是內亮外暗？
 5. 每個人所見是否為同一個彩虹？
 6. 為什麼彩虹具有偏振現象？
 7. 為何雷雨後的彩虹看起來更鮮明？
- 飛機上看到的彩虹是否仍為半圓形？
 - 聽說有純紅色的彩虹，為何會有？何時出現？
 -

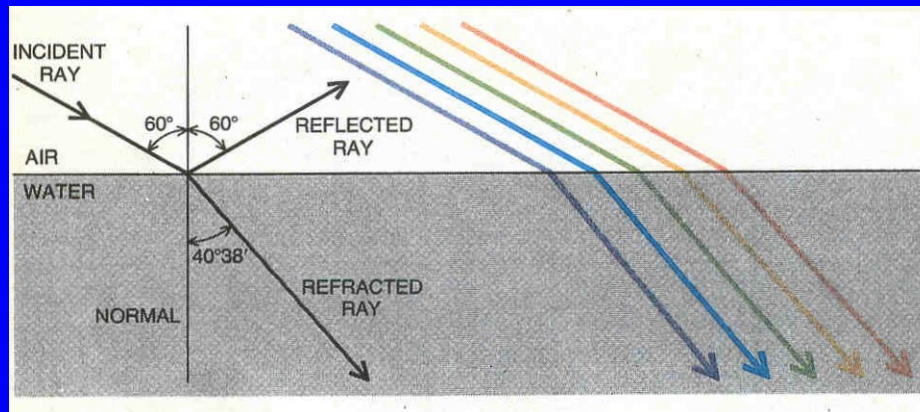
光的反射與折射

當光線由空氣進入水時：反射與折射

由斯涅耳定律(Snell's Law)

$$n_{air} \sin i = n_{water} \sin r,$$

$n_{air}(\sim 1)$, n_{water} 分別為空氣與水之折射率；
 i , r 分別為入射角與反射角



反射定律與折射定律的根源

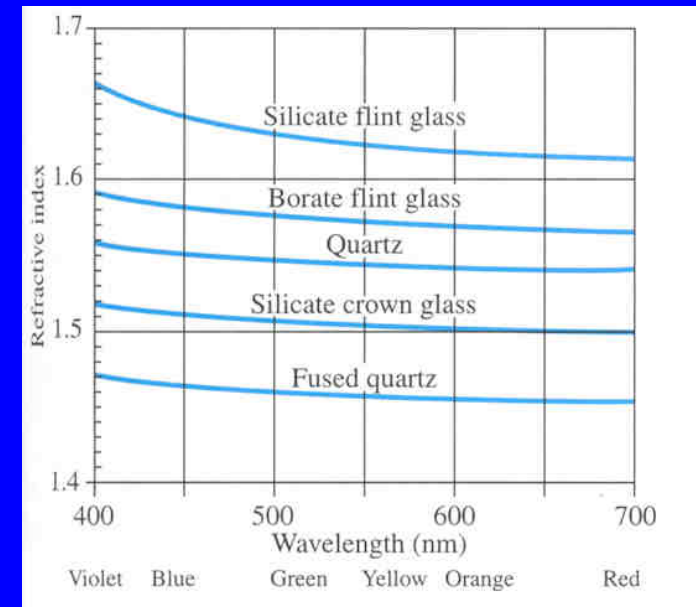
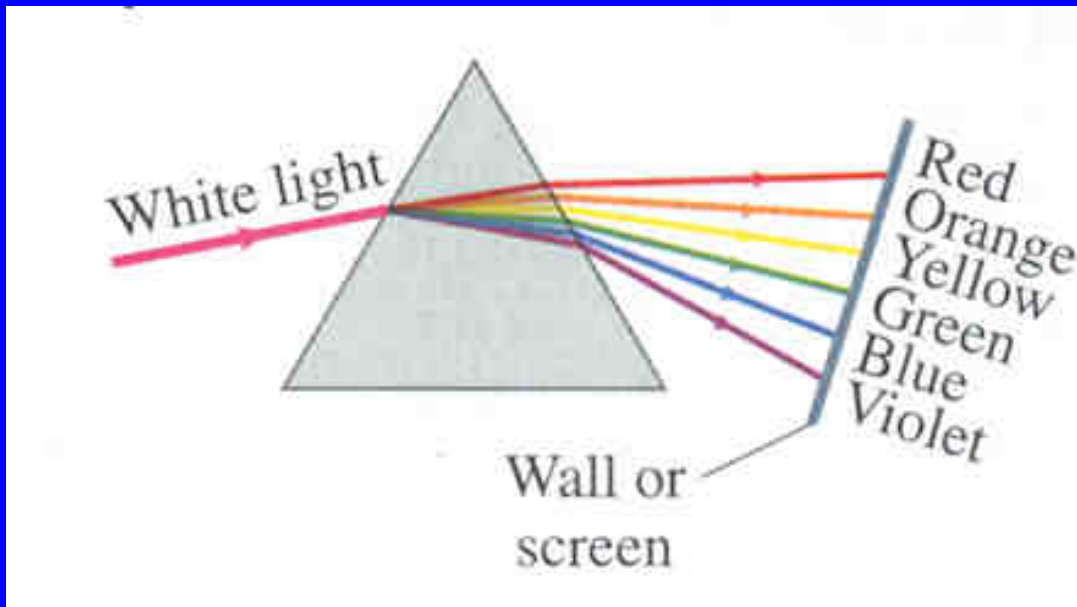
- Fermat 原理：
光在介質的傳播，永遠走最短時間的路徑。
- 光在不同介質有不同傳播速率
【真空與介質的速度比即為比折射率】

⇒ 即得以下結論：

1. 在相同介質傳播：最短的時間為直線
2. 至不同介質界面的反射：最短時間之路徑為符合反射定律之路徑
3. 穿透入不同介質：最短時間之路徑為符合折射定律之路徑

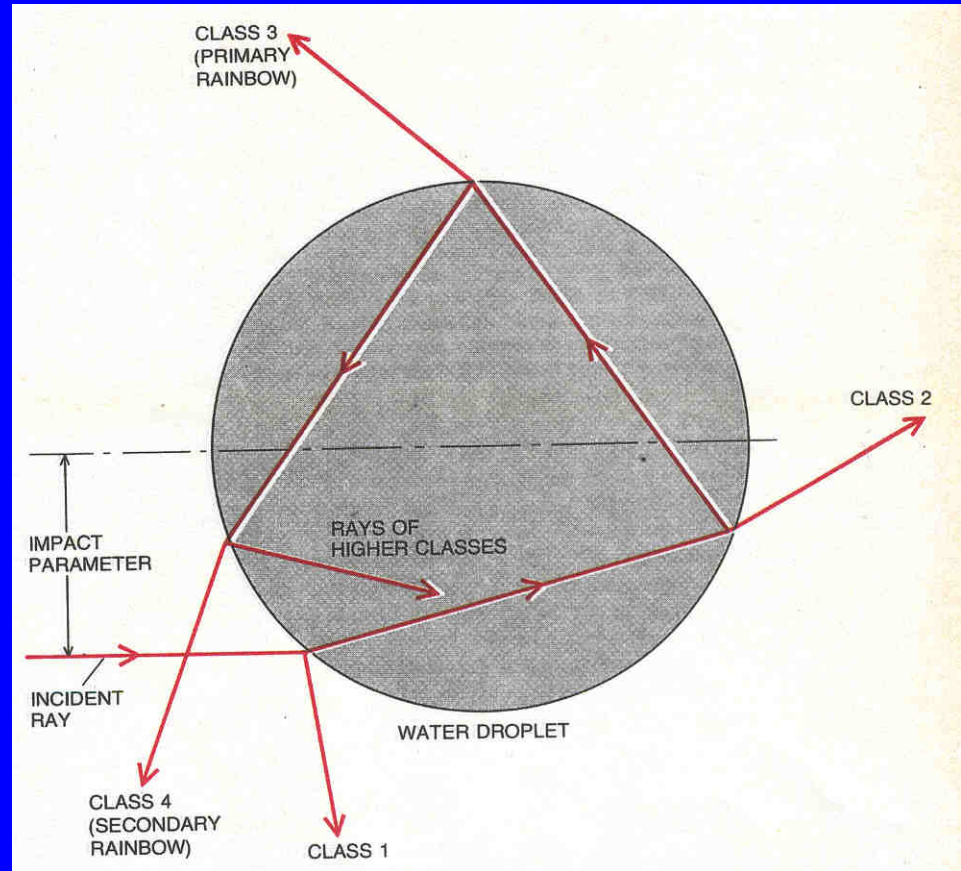
色散(dispersion)

折射率是波長的函數：在不同波長時，介質具有不同的折射率。

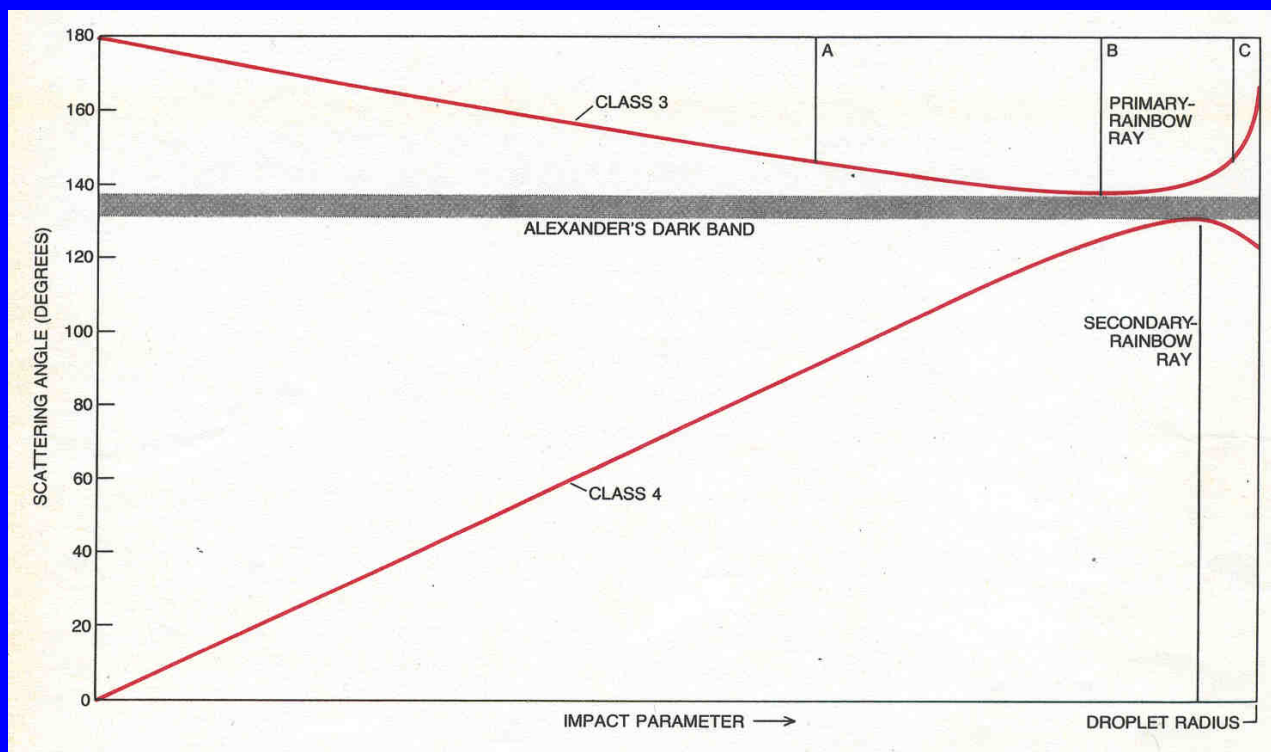
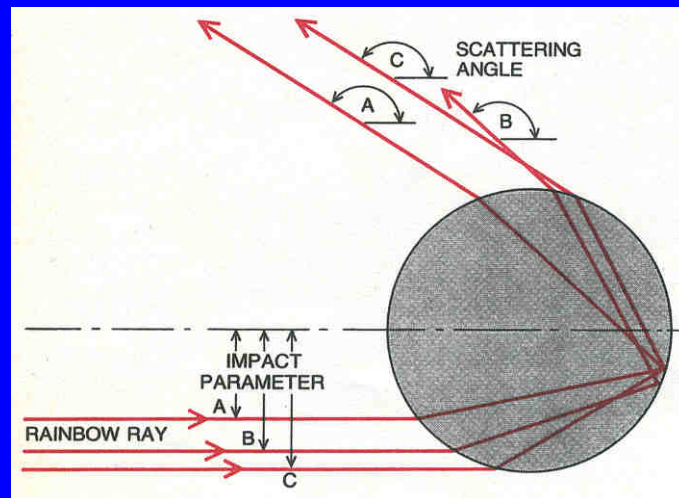


光線進入透明圓珠

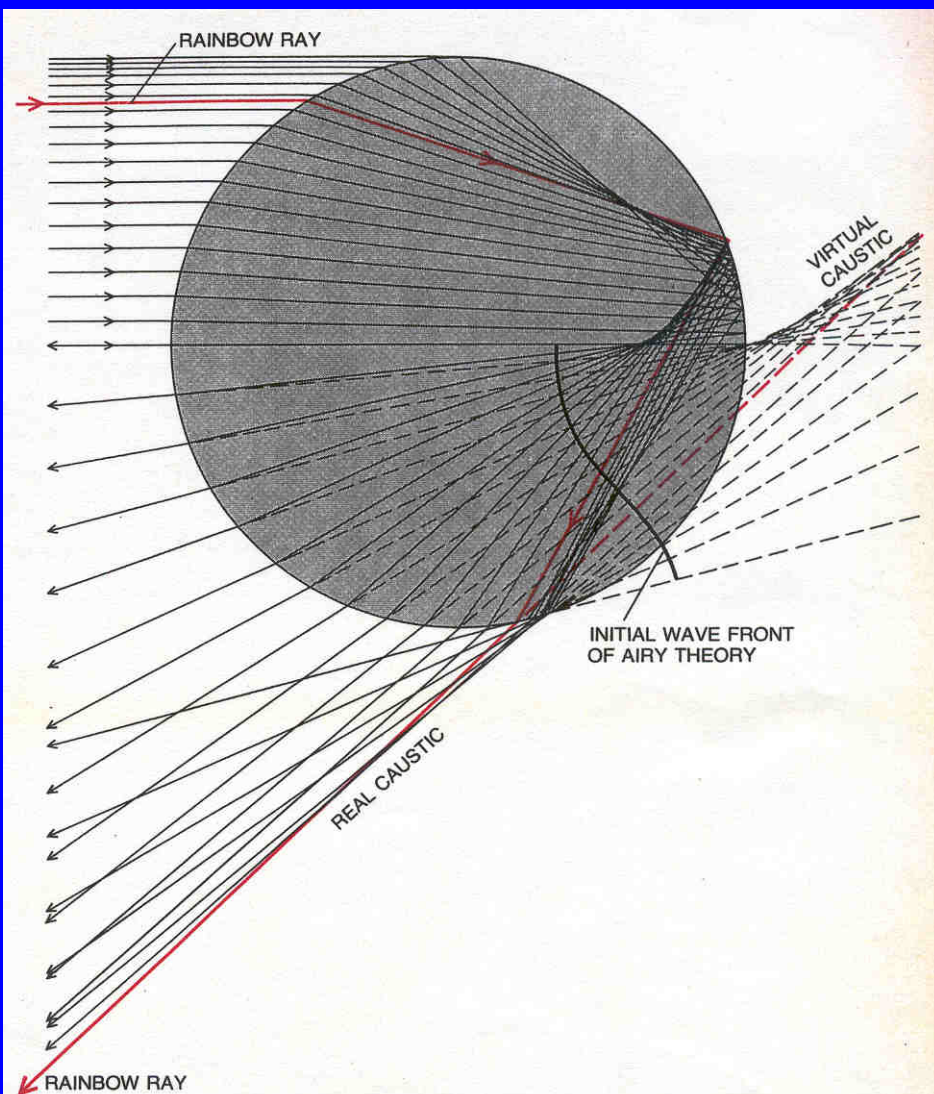
- 光線進入透明圓珠（水珠或玻璃珠）時，其可能的折射與反射的光徑如右圖。



觀察光線在透明圓珠內一次反射後造成的散射角



距離圓珠中心
軸線不同距離
之平行入射光
線，進入透明
圓珠內一次反
射後再折射出
的軌跡圖



CONFLUENCE OF RAYS scattered by a droplet gives rise to caustics, or "burning curves." A caustic is the envelope of a ray system. Of special interest is the caustic of Class 3 rays, which has two branches, a real branch and a "virtual" one; the latter is formed when the rays are extended backward. When the rainbow ray is produced in both directions, it approaches the branches of this caustic. A theory of the rainbow based on the analysis of such a caustic was devised by George B. Airy. Having chosen an initial wave front—a surface perpendicular at all points to the rays of Class 3—Airy was able to determine the amplitude distribution in subsequent waves. A weakness of the theory is the need to guess the amplitudes of the initial waves.

彩虹的光學原理

- 光線進入透明圓珠（水珠或玻璃珠）時，產生彩虹之光徑如圖1。由幾何光學可得偏折角 δ 、入射角 i 與折射角 r 的關係，滿足

$$\delta = 2(i - r) + 180 - 2r \quad (1)$$

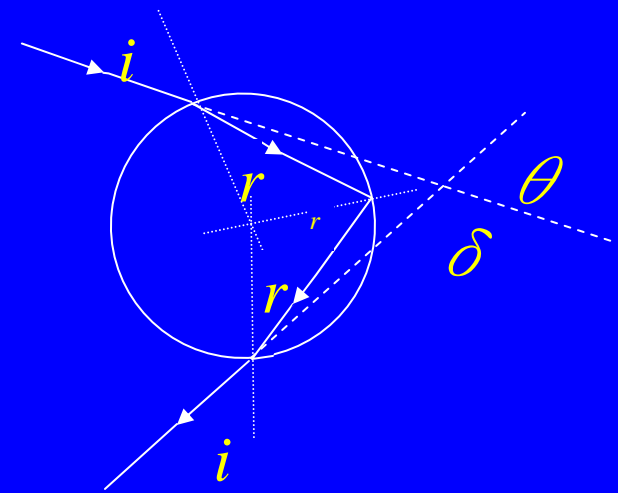


圖1 光在圓珠中進行之光徑。

- 1635年，笛卡兒發現對任一種波長的光線，當 δ 為最小值時，由水滴反射回之光最強。因此 δ 滿足

$$\frac{d\delta}{di} = 2 - 4 \frac{dr}{di} = 0 \quad (2)$$

- 又由斯涅耳定理 $\sin i = n \sin r$ ，其中 n 為圓珠之折射率，可推導得入射角 i 滿足

$$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}} \quad (3)$$

水珠產生之彩虹的觀測角

- 對水珠而言，
 $n=1.333$ (黃光)

$$i = 59^\circ,$$

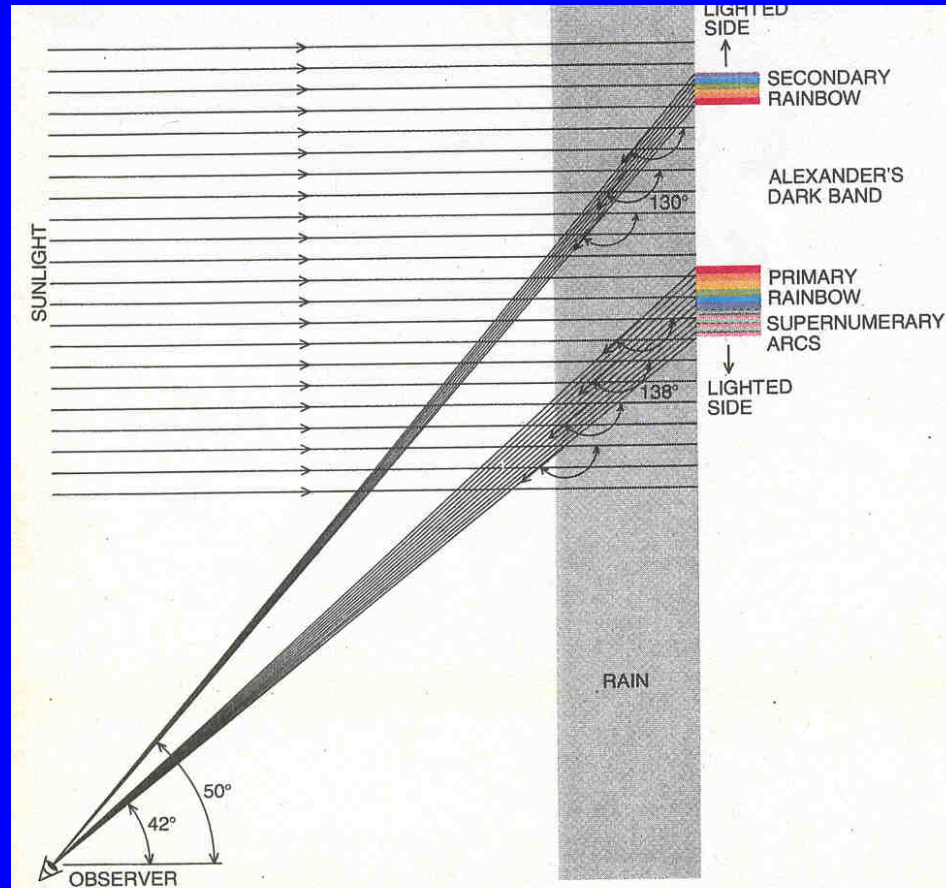
$$r = 40^\circ,$$

$$\begin{aligned}\theta &= 180^\circ - \delta \\ &= 42^\circ.\end{aligned}$$

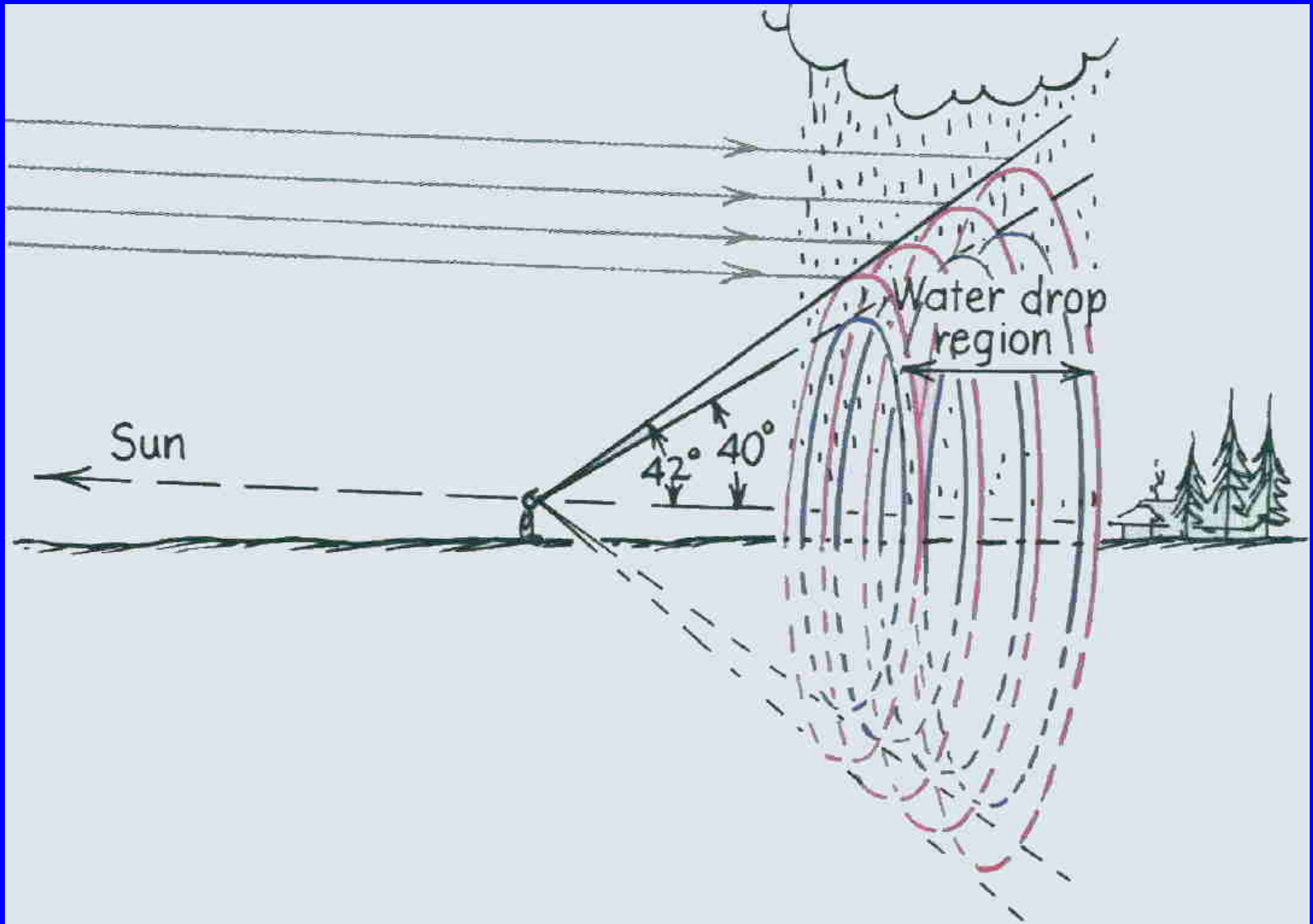
Table 4.3A. Rainbow angles for the minimum deviation rays as they depend on wavelength and the index of refraction of water n .

Wavelength (nanometers)	Index n	Primary angle (degrees)	Secondary angle (degrees)
1000	1.3277	42.86	49.49
900	1.3285	42.73	49.70
800	1.3294	42.60	49.92
700	1.3309	42.38	50.34
650	1.3318	42.25	50.58
600	1.3335	42.01	51.02
550	1.3344	41.64	51.68
500	1.3364	41.27	52.33
450	1.3411	40.91	52.99
400	1.3440	40.51	53.73
350	1.3501	39.66	55.26
300	1.3532	38.72	56.80

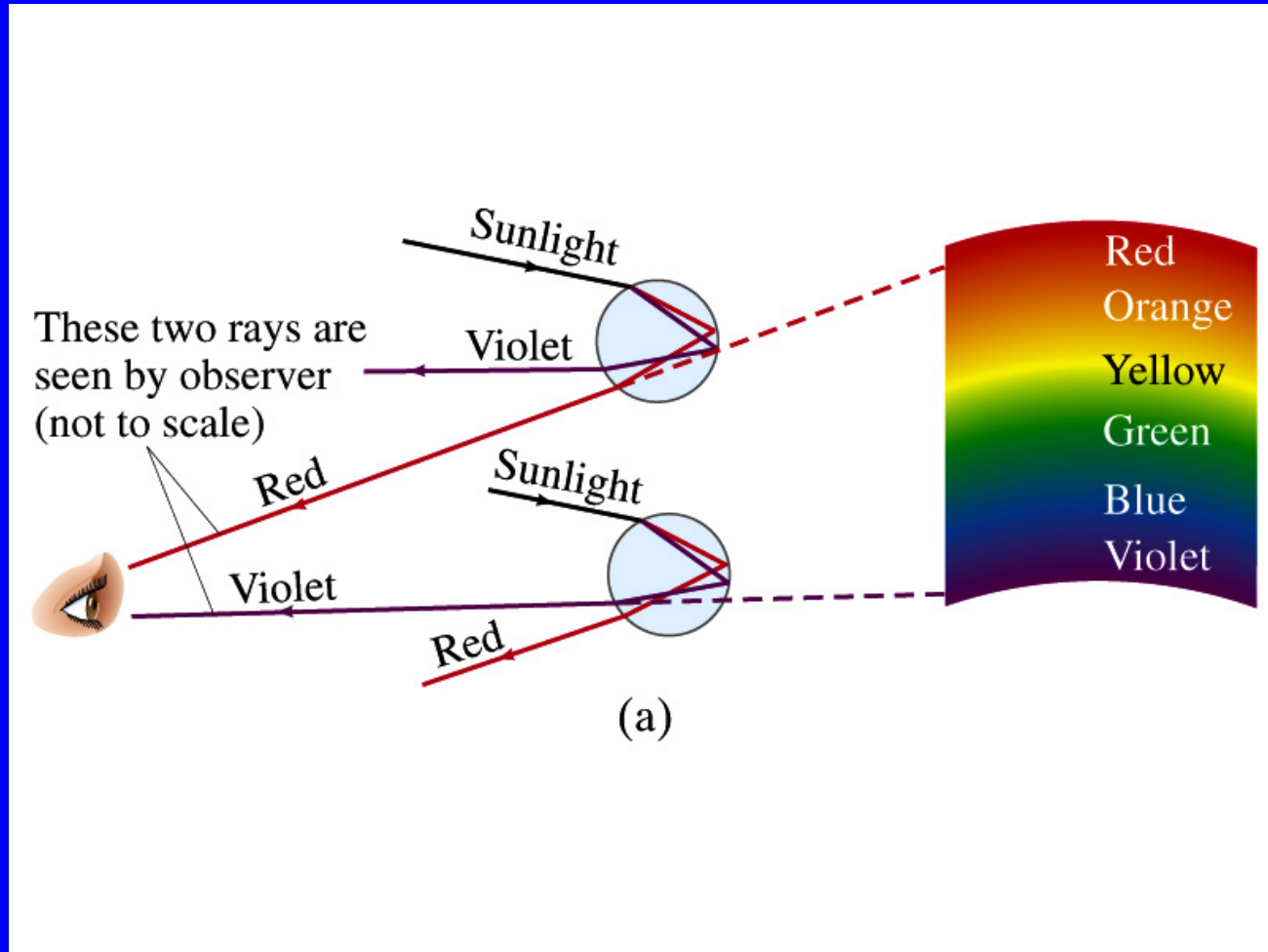
水珠產生之虹、霓與亞歷山大暗帶 的觀測角



GEOMETRY OF THE RAINBOW is determined by the scattering angle: the total angle through which a ray of sunlight is bent by its passage through a raindrop. Rays are strongly scattered at angles of 138 degrees and 130 degrees, giving rise respectively to the primary and the secondary rainbows. Between those angles very little light is deflected; that is the region of Alexander's dark band. The optimum angles are slightly different for each wavelength of light, with the result that the colors are dispersed; note that the sequence of colors in the secondary bow is the reverse of that in the primary bow. There is no single plane in which the rainbow lies; the rainbow is merely the set of directions along which light is scattered toward the observer.



不同的顏色來自不同水珠的反射



玻璃珠製造出之彩虹的觀測角

- 對玻璃珠而言， $n = 1.5$ ，計算得
 $i = 49.8^\circ$ ， $r = 30.6^\circ$ ， $\delta = 157.2^\circ$ ，
 $\theta = 22.8^\circ$

所以玻璃珠製造出之彩虹：

⇒其觀測到之彩虹與入射光約夾 22° 左右。

⇒玻璃珠產生霓的觀測角度為 88.5° 左右，
幾近垂直玻璃幕面，故很不容易看見。

瀑布與噴水池產生之彩虹



Plate 1-11. Rainbow in spray from waterfall. (Photographed in New Zealand by Harold G. Muchmore)



不便在室內實施！

材料、工具與裝置

- 材料與工具

反光漆添加之玻璃珠(直徑約0.17至0.34 mm)、不反光黑色壁報紙及五分瓦楞紙(或三夾板或其它平板)、噴膠(或口紅膠或膠水)、釘書機(或圖釘)、膠帶、剪刀、

- 觀察裝置

投影機(或手電筒)、偏振片

做法

- 先將黑色壁報紙釘(貼)平於平板上，噴膠或塗膠水於其上後，迅速灑上玻璃珠，再搖晃使其均勻分布並黏住。底下並利用塑膠布接住剩餘的玻璃珠。



觀察(一)

- 將做好之板子直立，使約1公尺遠（或超過）的投影機（或其它如陽光或幻燈機，手電筒等光源）投射之光，恰涵蓋整個板子。
- 如圖2所示，在離板面法線約 22° ，不同距離處觀察內亮外暗弧形（較遠距離）或圓形（中央正前方）由外至內依序為紅橙到藍紫的彩虹如圖3，4，5的照片）。

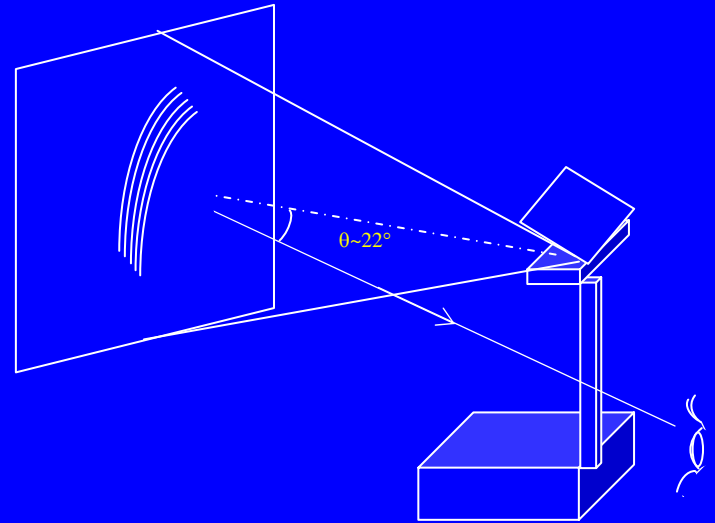
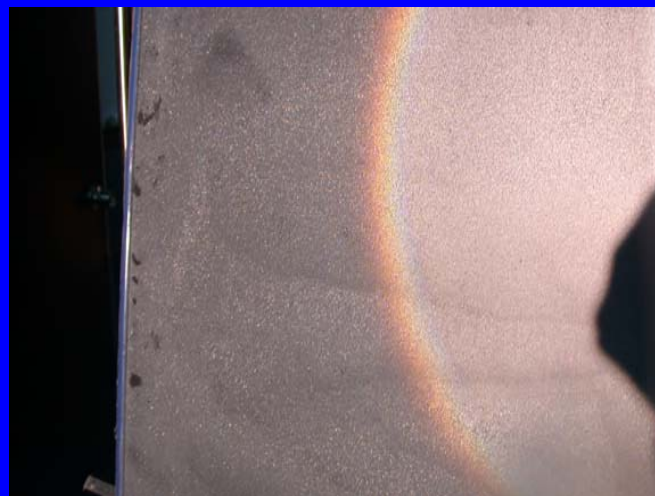
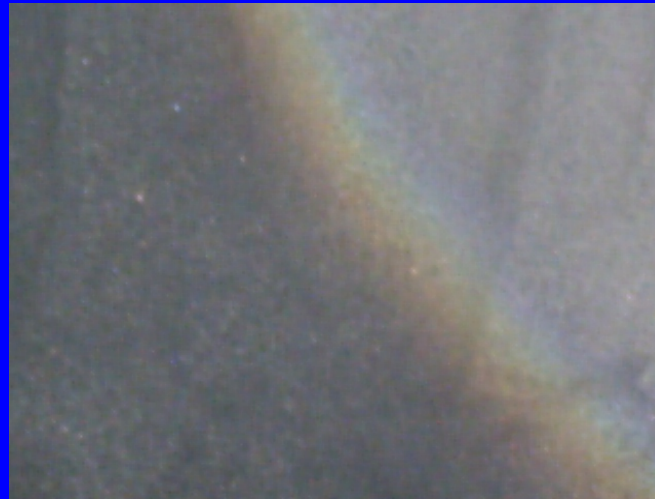
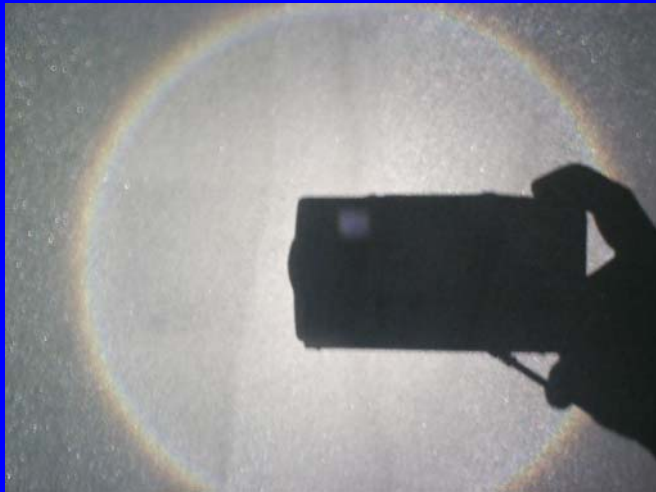


圖2 玻璃珠彩虹觀察裝置示意圖。

觀察到的彩虹



觀察(二)

- (1) 利用偏振片可消除部分背景光，增強彩虹之對比與鮮明度。
- (2) 旋轉偏振片，可發現某一角度時，某一段彩虹會消失。
- (3) 以兩眼分別觀察，可觀察到來自板上不同玻璃珠位置的彩虹。尤其是位於投影機與玻璃珠板中間的正中央觀察，可見兩圈交叉的彩虹。(為什麼?)
- (4) 觀察玻璃珠所形成的彩虹，內亮外暗，顏色分布、偏振特性觀察，及觀測角度測量，的確證明玻璃珠造成彩虹的原理與大自然的彩虹相同。

以細小玻璃珠做動態彩虹示範

天空中的小水珠並不固定於天上的某一位置，而是因重力的緣故不斷的自空中落下。為了模擬這種機制，於是我們設計了以細小的玻璃珠由空中落下，在光源的照射下做動態彩虹示範，以模擬水珠在天空中經陽光照射所產生的彩虹現象。

材料與工具

- .反光漆添加之玻璃珠(直徑約0.17至0.34mm)
- .黑色壁報紙
- .70cm長，直徑2.5cm以上之透明壓克力管(或其他同大小，不同材質之管)
- .支架與鐵猴：
- .大塑膠袋或垃圾袋(或大塑膠盒，用以回收玻璃珠)
- .鋼夾。
- .漏斗，寶特瓶（回收玻璃珠用）

做法

- 以壓克力刀或其它工具，沿壓克力管管長方向切割出一條寬約2~3mm，長60cm左右之長縫。
- 放入玻璃珠前，先以乾布或長纖維紙擦拭清潔管內。
- 充入玻璃珠至全滿後，長縫面朝上放於支撐板上，背景為不反光之黑幕(可利用黑色壁報紙)。

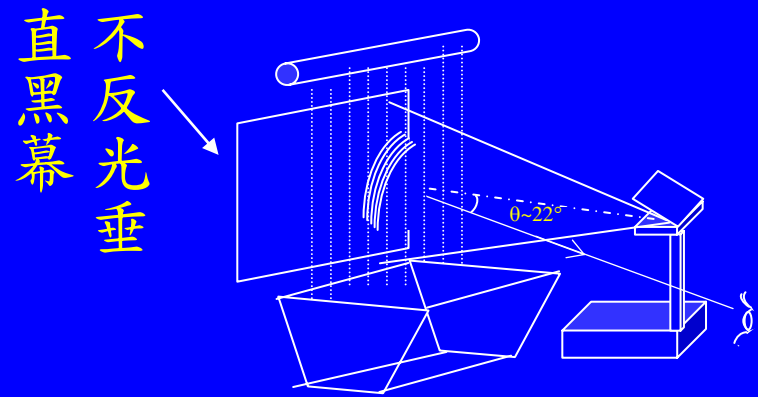


圖1 以細小玻璃珠
做動態彩虹示範裝
置示意圖

觀察

以投影機或幻燈機光源於約1~2 m距離，對準壓克力管下方中央位置投射。再旋轉壓克力管身，使長縫旋至底部，此時便可見玻璃珠落下，在與玻璃珠幕法線夾 22° 角度附近便可看見類似大自然界動態彩虹現象1、2



紅色的彩虹



彩虹的偏振



Fig. 4.8A Rainbow light and the adjacent sky may be extinguished with a polaroid.



Fig. 4.8B Rotate the polaroid 90°, and the light of the rainbow is passed by the polaroid.

內全反射(total internal reflection)

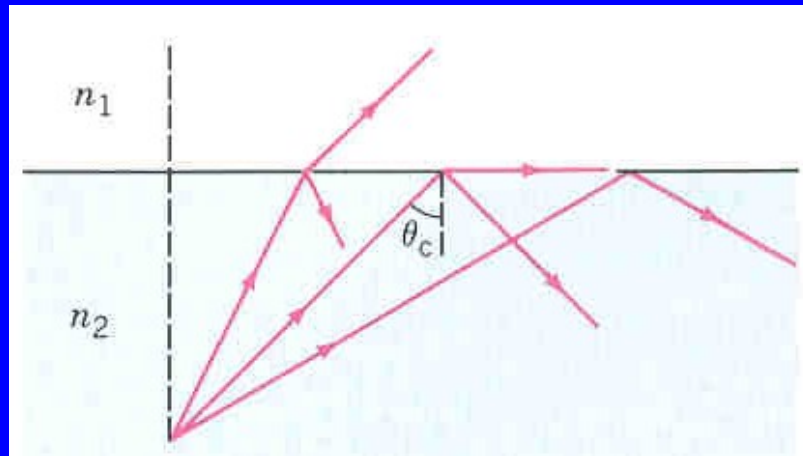
由折射率大射入至折射率小的介質時，當折射角為 90° 時，

→此時的入射角稱為臨界角(Critical Angle)：

$$\theta_C = \sin^{-1}(n_{air}/n_{water}) = \sin^{-1}(1/1.333) = 48.75^\circ$$

→對玻璃，

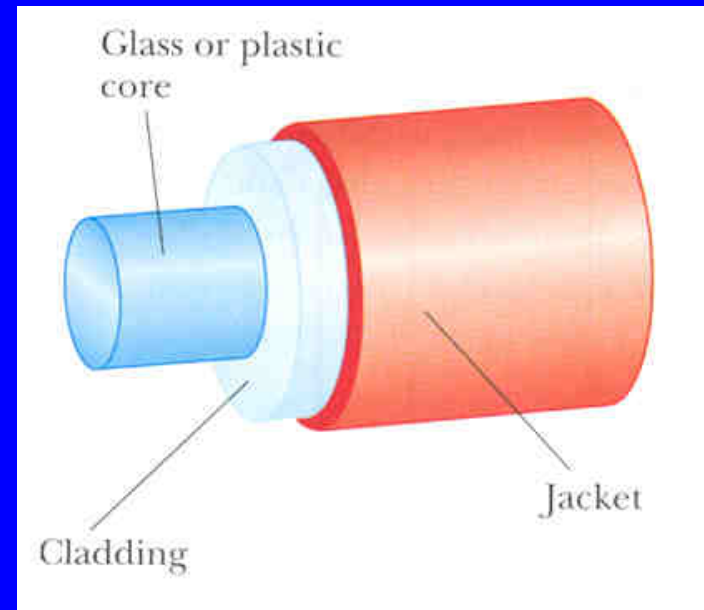
$$\theta_C = \sin^{-1}(n_{air}/n_{glass}) = \sin^{-1}(1/1.5) = 41.81^\circ$$



[動畫](#)

內全反射的應用——光纖

- 利用光在纖蕊(core)的全反射而傳播



反射產生偏振

布魯司特定律(Brewster's Law)：

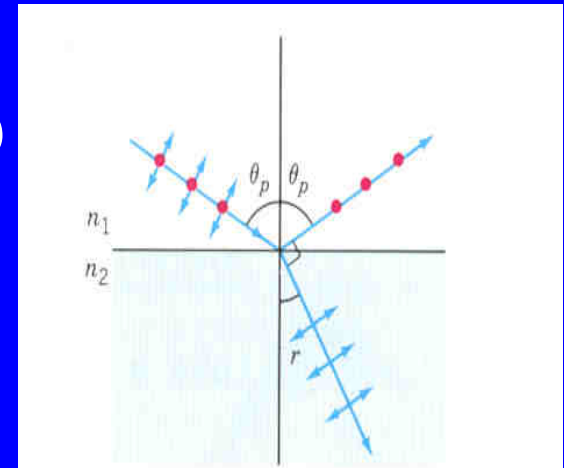
當入射角與折射角加起來為 90° 時，反射光為偏振光。

→對水入射至空氣：

$$\begin{aligned}\theta_B &= \tan^{-1}(n_{air}/n_{water}) = \tan^{-1}(1/1.333) \\ &= 36.87^\circ\end{aligned}$$

→對玻璃入射至空氣：

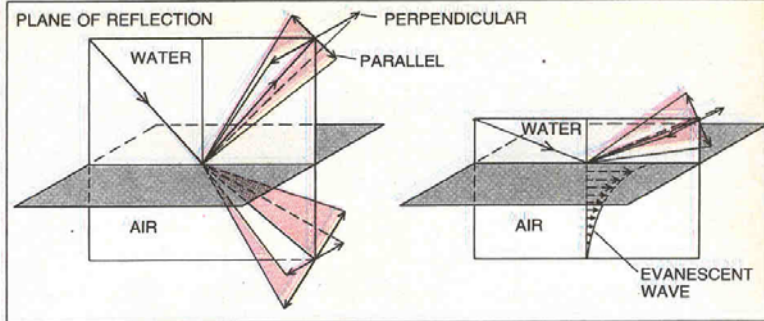
$$\begin{aligned}\theta_B &= \tan^{-1}(n_{air}/n_{glass}) = \tan^{-1}(1/1.5) \\ &= 33.69^\circ\end{aligned}$$



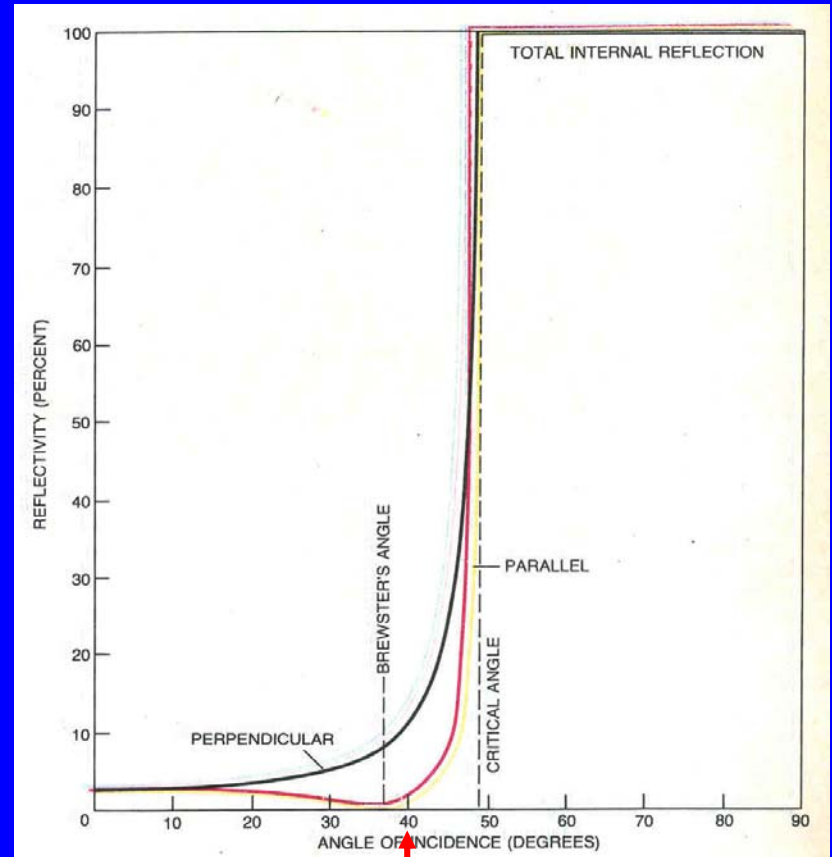
反射造成偏振的現象



彩虹的偏振原理



POLARIZATION OF THE RAINBOW results from differential reflection. An incident ray can be resolved into two components polarized parallel to and perpendicular to the plane of reflection. For a ray approaching an air-water boundary from inside a droplet the reflectivity of the surface depends on the angle of incidence. Beyond a critical angle both parallel and perpendicular components are totally reflected, although some light travels parallel to the surface as an "evanescent wave." At lesser angles the perpendicular component is reflected more efficiently than the parallel one, and at one angle in particular, Brewster's angle, parallel-polarized light is completely transmitted. The angle of internal reflection for the rainbow ray falls near Brewster's angle. As a result light from the rainbow has a strong perpendicular polarization.



彩虹Java動畫：

師範大學黃福坤教授 物理示範教學實驗室

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/index.htm>

彩虹Java動畫：

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/java/Rainbow/index.html>

→由理論上計算得之電磁波穿透與反射強度

→顯示光線入射至水珠內穿透與反射之幾何圖

→垂直與水平偏振之光強度對入射角之變化圖

b：入射光線至中央軸之距與圓珠半徑(R)之比

彩虹Java動畫：角度小於42°

台灣師大物理系 物理教學示範實驗室 - Microsoft Internet Explorer

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 我的最愛(A) 工具(T) 說明(H)

上一頁 下一頁 停止 重新整理 首頁 搜尋 我的最愛 記錄 郵件 字型 列印 編輯 討論

網址(D) http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/index.htm 移至 連結 >>

Demolab
悟理!物理 首頁 選擇 或 搜尋 彩虹

Water 重置 ^ v (C)Copyright 1997 F.K. Hwang

$n=1.33$
 $n=1.333$
 $n=1.343$

1.0%

$h = 3.0$
 $k = 2.745$

0.00% | 48.011% |
0.02%+ 48.002% | 2

0.964% |
0.968%+

$i = 2.2$
 $e = 1.6$

右邊黑色圓圈代表天空中的水珠，光束線由左邊射向水珠。

如果用滑鼠，點一下左上方「三原光」顏色方塊，則光束線將轉變為該色光。
也可以選擇 **白光** (包含各種色光--觀看色散)。
如果在入射光束附近，按住滑鼠，同時上下移動滑鼠，可以改變光束線入射的位置。

Applet 已經啟動

近端 intranet

開始 台灣師大物理系 物理教... 簡報1 以細小玻璃珠示範彩虹...

AM 08:22

彩虹Java動畫：角度小於 42°

台灣師大物理系 物理教學示範實驗室 - Microsoft Internet Explorer

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 我的最愛(A) 工具(T) 說明(H)

上一頁 下一頁 停止 重新整理 首頁 搜尋 我的最愛 記錄 郵件 字型 列印 編輯 討論

網址(O) http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/index.htm 移至 連結 >>

Demolab
悟理!物理 首頁 選擇 或 搜尋 彩虹

當下午三點以後,如果在下過一場雨後,太陽仍然可見時.
背對著太陽抬頭望去,
就有機會看到最美麗的彩虹,高掛在天空.
如果運氣好,還可同時見到另一層淡淡的霓.
虹霓是怎樣形成的?下圖是解說 java 動畫
(進一步資料請參考 [虹霓現象的物理](#))

Water 重置 ^ v (C)Copyright 1997 F.K. Hwang

n=1.33
n=1.333
n=1.343

b= 42.0
r= 77

i= 33.0
r= 24.1

1 0.502% | 1.675%+
2 49.0% | 46.704%+
3 50.0% | 50.0%+
4 100.919
0.0040% | 0.052%+
0.492% | 1.565%+
30.682

Applet 已經啟動

近端 intranet

開始 簡報1 以細小玻璃珠示範彩虹... 台灣師大物理系 物理教...

AM 10:46

彩虹Java動畫：角度等於 42° (虹)

台灣師大物理系 物理教學示範實驗室 - Microsoft Internet Explorer

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 我的最愛(A) 工具(T) 說明(H)

上一頁 下一頁 停止 重新整理 首頁 搜尋 我的最愛 記錄 郵件 字型 列印 編輯 討論

網址(D) http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/index.htm 移至 連結 >>

Demolab
悟理!物理 首頁 選擇 或 搜尋 彩虹

當下午三點以後,如果在下過一場雨後,太陽仍然可見時.
背對著太陽抬頭望去,
就有機會看到最美麗的彩虹,高掛在天空.
如果運氣好,還可同時見到另一層淡淡的霓.
虹霓是怎樣形成的?下圖是解說 java 動畫
(進一步資料請參考 [虹霓現象的物理](#))

Water 重置 ^ v (C)Copyright 1997 F.K. Hwang

$n=1.33$
 $n=1.333$
 $n=1.343$

$b=69.0$
 $R=77$
 $i=63.6$
 $r=42.3$

1.0% 50.0% | 0.0070% | 0.751%+
50.0%+ 0.624% | 7.151%+
48.758% | 36.719%+
8.609% | 5.252%+
42.021

Applet 已經啓動

近端 intranet

開始 台灣師大物理系 物理教... 簡報1 以細小玻璃珠示範彩虹...

AM 10:13

彩虹Java動畫：角度等於 50° (霓)

台灣師大物理系 物理教學示範實驗室 - Microsoft Internet Explorer

檔案(F) 編輯(E) 檢視(V) 我的最愛(A) 工具(T) 說明(H)

上一頁 下一頁 停止 重新整理 首頁 搜尋 我的最愛 記錄 郵件 字型 列印 編輯 討論

網址(O) <http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/index.htm> 移至 連結 >>

Demolab
悟理!物理 選擇 或 搜尋 彩虹

當下午三點以後,如果在下過一場雨後,太陽仍然可見時.
背對著太陽抬頭望去,
就有機會看到最美麗的彩虹,高掛在天空.
如果運氣好,還可同時見到另一層淡淡的霓.
虹霓是怎樣形成的?下圖是解說 java 動畫
(進一步資料請參考 [虹霓現象的物理](#))

Water 重置 ^ v (C)Copyright 1997 F.K. Hwang

$n=1.33$
 $n=1.333$
 $n=1.343$

1.0%
b= -74.0
r= 77

50.0%
50.0%+

i= -73.9
r= -46.2

4 50.486

37.039

2

光與彩虹 中

近端 intranet

開始 簡報1 以細小玻璃珠示範彩虹... 台灣師大物理系 物理教... AM 10:49

水珠大小對彩虹的影響

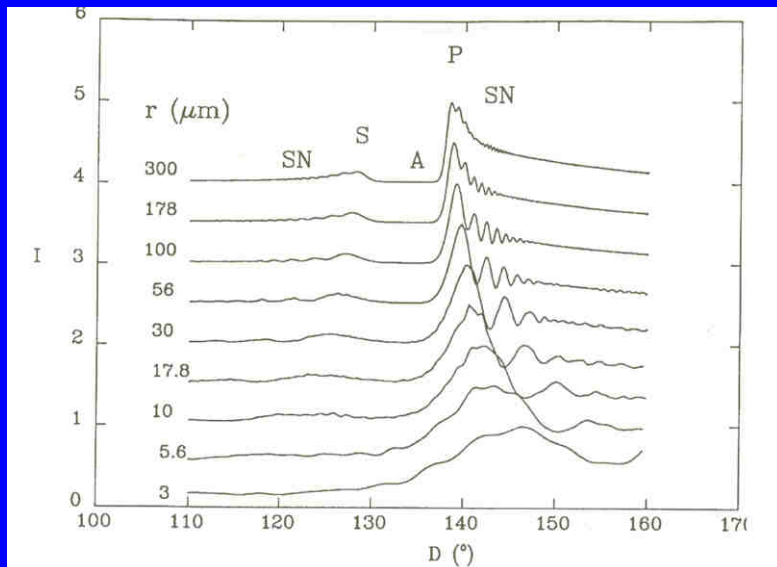


Fig. 4.5C Theoretical scattering diagram for rainbows; spherical particles assumed. I is the intensity on a logarithmic scale; r is drop radius in micrometers (μm); P = primary; S = secondary; SN = supernumeraries; A = Alexander's dark band. D is the deviation angle (recall rainbow angle = $180^\circ - D^\circ$).

Diameter:

1–2 mm
(0.04–0.08 in)

Very bright violet and vivid green; the bow contains pure red, but scarcely any blue. Spurious bows are numerous (five, for example), violet-pink alternating with green merging without interruption into the primary bow.

0.5 mm
(0.02 in)

The red is considerably weaker. Fewer supernumerary bows, violet-pink and green again alternating.

0.2–0.3 mm
(0.008–0.012 in)

No more red; for the rest, the bow is broad and well developed. The supernumerary bows become more and more yellow. If a gap occurs between the supernumerary bows, the diameter of the drops is 0.2 mm (0.008 in). If there is a gap formed between the primary bow and the first supernumerary bow, the diameter of the drop is less than 0.2 mm (0.008 in).

0.08–0.1 mm
(0.003–0.004 in)

The bow is broader and paler, and only the violet is vivid. The first supernumerary bow is well separated from the primary bow and clearly shows white tints.

0.06 mm
(0.0024 in)

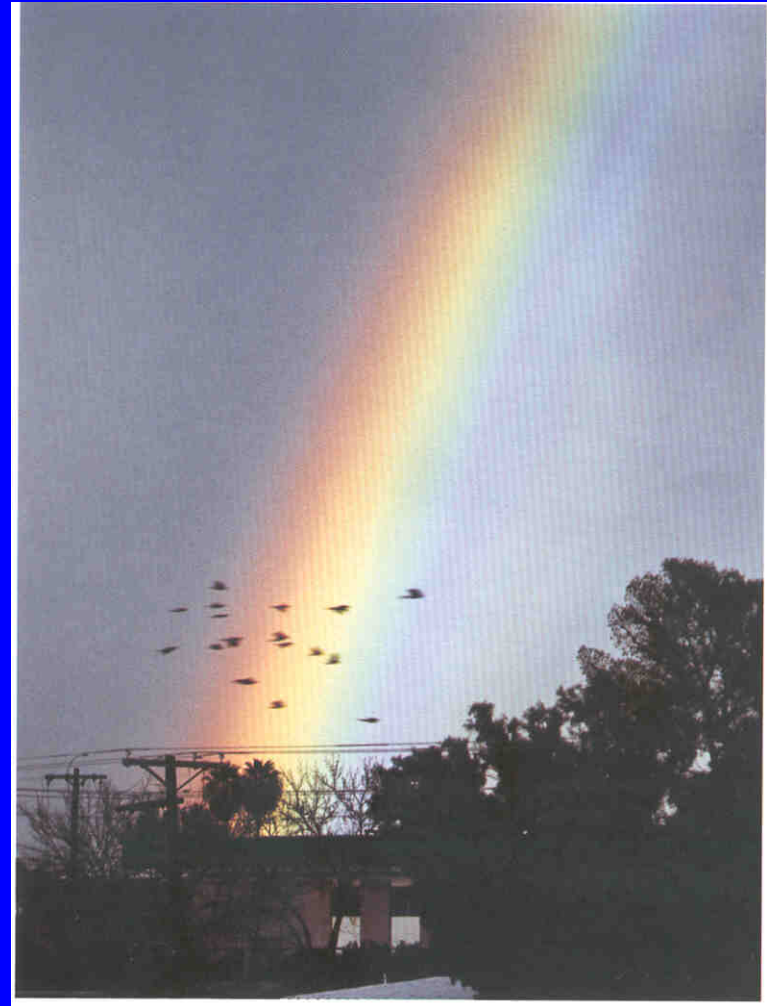
The primary rainbow contains a distinct white stripe.

<0.05 mm
(<0.002 in)

Mistbow (cf. § 150)

水珠大小對彩虹的影響

雷雨後的彩虹，特別鮮明！



飛機上看到的彩虹

